

A.M.	ΕΠΙΘΕΤΟ	ΟΝΟΜΑ	ΕΤΟΣ ΕΓΓΡΑΦΗΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ
ΚΥΡΙΑΚΟΣ Γ. ΜΑΥΡΙΔΗΣ (ΛΕΚΤΟΡΑΣ)

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΩΝ - ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ
ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ
28 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2016

- 1. (20%)** Χρησιμοποιώντας τη **Μέθοδο Μεταβολής των Παραμέτρων**, βρείτε μια **μερική** λύση της εξίσωσης διαφορών

$$y(n+2) - \frac{(n+2)^2 - n^2}{(n+1)^2 - n^2} y(n+1) + \frac{(n+2)^2 - (n+1)^2}{(n+1)^2 - n^2} y(n) = (n+2)^2 - (n+1)^2, \quad n \in \mathbb{N},$$

αφού πρώτα επαληθεύσετε ότι οι $y_n^{\{1\}} = 1$ και $y_n^{\{2\}} = n^2$ είναι λύσεις της αντίστοιχης ομογενούς εξίσωσης διαφορών.

- 2. (20%)** Θεωρούμε τη συνάρτηση $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{3}, & x \in [0, \frac{1}{3}] \\ \frac{1-x}{3}, & x \in (\frac{1}{3}, 1] \end{cases}$$

και την εξίσωση διαφορών

$$x(n+1) = f(x(n)), \quad n \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

Εξετάστε αν υπάρχει $k \in \mathbb{N}$ τέτοιο ώστε το σημείο $x(0) = \frac{1}{3^k}$ να είναι **τελικά** σημείο ισορροπίας αυτής της εξίσωσης.

- 3. (20%)** Λύστε την εξίσωση διαφορών

$$y(n+1) = -\frac{2}{y(n)} + 2\sqrt{2}, \quad n \in \mathbb{N},$$

και μελετήστε το **όριο** της λύσης.

- 4. (20%)** Θεωρούμε την εξίσωση διαφορών

$$x(n+1) = -x^3(n) - x(n), \quad n \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

Βρείτε τα σημεία ισορροπίας της εξίσωσης και χαρακτηρίστε τα ως προς την ευστάθεια τους, **χωρίς** να χρησιμοποιήσετε τους σχετικούς ορισμούς.

- 5. (20%)** Λύστε την εξίσωση διαφορών

$$y(n+1) = \frac{y(n)}{(1+n) + n^2 y(n)}, \quad n \in \mathbb{N},$$

και μελετήστε το **όριο** της λύσης.